

Questão 06

6. Considere um triângulo ABC.

- a) Supondo que ABC é um triângulo retângulo com perímetro igual a 16 cm e hipotenusa de comprimento 7 cm, calcule sua área.
- b) Sabendo que em um triângulo qualquer a soma dos comprimentos de quaisquer dois lados é sempre maior que o comprimento do terceiro lado e assumindo que as medidas dos lados de um certo triângulo são a , a^2 , a^3 , calcule os possíveis valores de a .

RESOLUÇÃO

a) Seja ABC um triângulo retângulo com hipotenusa de comprimento 7 cm e catetos de medidas b e c .

Por Pitágoras,

$$7^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$$

$$b^2 + c^2 = 49$$

Dado que o perímetro do triângulo é igual a 16 cm, temos que:

$$b + c + 7 = 16 \Rightarrow$$

$$b + c = 9$$

Elevando os dois lados ao quadrado, e visto que $b^2 + c^2 = 49$, obtemos:

$$(b + c)^2 = 9^2 \Rightarrow$$

$$b^2 + c^2 + 2bc = 81 \Rightarrow$$

$$49 + 2bc = 81 \Rightarrow$$

$$2bc = 32 \Rightarrow$$

$$bc = 16$$

Assim, a área do triângulo é

$$A = \frac{bc}{2} = \frac{16}{2} \Rightarrow$$

$$A = 8 \text{ cm}^2$$

b) Para $a \geq 1$:

$$a^3 < a^2 + a \Rightarrow$$

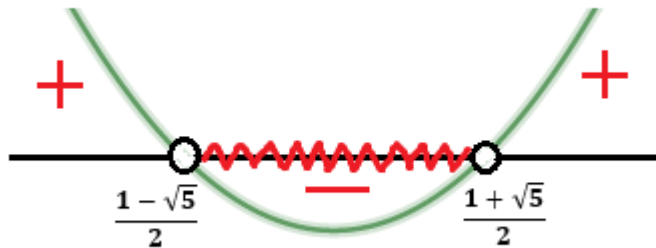
$$a^3 - a^2 - a < 0 \Rightarrow$$

$$a(a^2 - a - 1) < 0 \Rightarrow$$

$$a^2 - a - 1 < 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$



Como $a \geq 1$, temos, pela interseção das respostas, que $a \in \left[1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$.

Para $0 < a < 1$:

$$a < a^3 + a^2 \Rightarrow$$

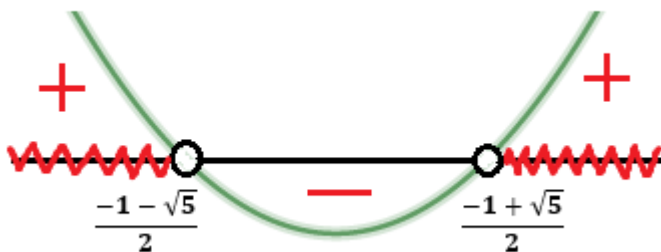
$$a^3 + a^2 - a > 0 \Rightarrow$$

$$a(a^2 + a - 1) > 0 \Rightarrow$$

$$a^2 + a - 1 > 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$



Como $0 < a < 1$, temos, pela interseção das respostas, que $a \in \left]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$.

Fazendo a união das duas soluções, temos que $a \in \left] \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right[$.