

Questão 07

Heloísa está brincando com uma urna que contém dez bolinhas, sendo três azuis, três verdes e quatro rosas. Ela resolve construir uma sequência numérica $x_0, x_1, x_2, \dots$ de acordo com as cores das bolinhas que sorteia da urna. O primeiro termo da sequência é $x_0 = 1$.

A cada sorteio, um novo termo da sequência é determinado multiplicando-se o termo anterior:

- por 2, se a bolinha sorteada for azul;
- por 3, se a bolinha sorteada for verde;
- por 5, se a bolinha sorteada for rosa.

A bolinha sorteada é devolvida para a urna antes do próximo sorteio. Por exemplo, se nos três primeiros sorteios Heloísa retira, respectivamente, uma bolinha rosa, uma verde e uma azul, então a sequência obtida é

- $x_0 = 1$,
- $x_1 = 5 \cdot x_0 = 5$,
- $x_2 = 3 \cdot x_1 = 15$,
- $x_3 = 2 \cdot x_2 = 30$.

- a) É possível que Heloísa obtenha uma sequência contendo o termo 189? Justifique.
- b) Qual a probabilidade de Heloísa obter o número 360 como termo de uma sequência?

RESPOSTA

A) Sabendo que $189 = 3^3 \cdot 7$, para que apareça o número 189 na sequência, um dos F_n deve ser 7, o que não ocorre. Logo, não é possível uma sequência com o termo 189.

B) Como na urna de Heloísa tem 10 bolinhas e as retiradas serão realizadas após a reposição da bolinha sorteada anteriormente, a cada retirada, Heloísa tem 10 opções para retirar uma bolinha, das quais: 3 são azuis, 3 são verdes e 4 são rosas. Assim, EM CADA RETIRADA, tem-se:

- a probabilidade de retirar AZUL é $3/10$;
- a probabilidade de retirar VERDE é $3/10$;
- a probabilidade de retirar ROSA é $4/10$.

Para que um termo da sequência seja 360, os fatores de multiplicação devem ser 2, 2, 2, 3, 3 e 5, pois $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, não necessariamente nessa ordem.

Logo, são três pontos a considerar:

1. Para obter o termo 360, deverá ser realizadas 6 retiradas;

2. o número de possibilidades para obter 360 é a quantidade de permutações do 'anagrama' 222335, que é $\frac{6!}{3!2!}$;

3. Para cada uma das 60 possibilidades, a probabilidade é $\left(\frac{3}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{10}\right)$;

Portanto, a probabilidade pedida é: $\frac{60 \cdot 243 \cdot 4}{10^6} = \frac{729}{12500}$.