

Questão 9

9. Sabendo que c é um número real, considere a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 3x + c$, definida para todo número real x .

- a) Determine todos os valores de c para os quais $f(-1)f(1) = f(-1) + f(1)$.
- b) Sejam p e q números reais distintos tais que $f(p) = f(q)$. Prove que p e q não podem ser ambos números inteiros.

RESPOSTA

a) $f(-1) \cdot f(1) = f(-1) + f(1)$

$$(2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + c)(2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + c) = 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + c + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + c$$
$$(2 + 3 + c)(2 - 3 + c) = 2 + 3 + c + 2 - 3 + c$$
$$(5 + c)(-1 + c) = 4 + 2c$$
$$c^2 + 2c - 9 = 0$$
$$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)$$
$$\Delta = 40$$
$$c = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$
$$c_1 = -1 + \sqrt{10}$$
$$c_2 = -1 - \sqrt{10}$$

Resposta: $\{-1 + \sqrt{10}, -1 - \sqrt{10}\}$.

- b) p e $q \in \mathbb{R}$ e $p \neq q$

$$f(p) = f(q)$$
$$2p^2 - 3p + c = 2q^2 - 3q + c$$
$$2p^2 - 2q^2 - 3p + 3q = 0$$
$$2(p^2 - q^2) - 3(p - q) = 0$$
$$(p - q) \cdot [2(p + q) - 3] = 0$$

$p - q = 0$ (não convém)

ou

$$p + q = \frac{3}{2}$$

Como $p + q = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$, então não existem p e q inteiros que satisfazem.