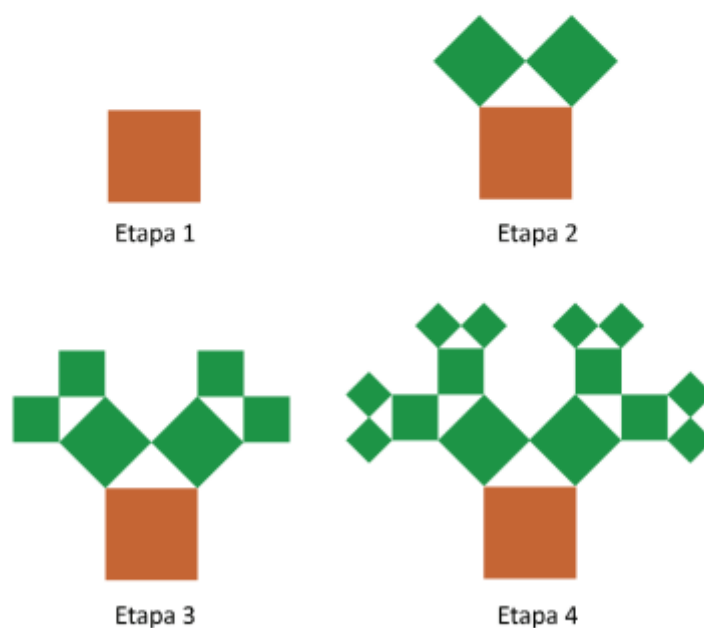


Questão 63

63

Uma Árvore Pitagórica é uma figura plana que é construída por etapas. Na Etapa 1, ela começa com um quadrado de lado 1 cm. Na Etapa 2, constroem-se dois quadrados acima do quadrado da Etapa 1, de tal forma que a medida de seus lados seja igual à medida dos catetos do triângulo retângulo isósceles que possui hipotenusa igual ao lado do quadrado da Etapa 1. Na Etapa 3, aplica-se a Etapa 2 em cada um dos novos quadrados obtidos, e assim por diante. Ou seja, em cada nova etapa, aplica-se a etapa anterior em cada um dos novos quadrados obtidos. A figura a seguir exibe as quatro primeiras etapas da construção da Árvore Pitagórica.



Domínio público. Disponível em <https://commons.wikimedia.org/>.

A partir de qual etapa da construção o lado de cada um dos novos quadrados obtidos fica, pela primeira vez, menor do que 1 décimo de milésimo do lado do quadrado da Etapa 1?

- (A) 26
- (B) 27
- (C) 28
- (D) 29
- (E) 30

Note e adote:
 $\log_{10} 2 = 0,3$

RESOLUÇÃO

Em cada etapa, temos as seguintes medidas para os lados dos quadrados:

Etapa 1: 1 cm

Etapa 2: 1 cm, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ cm

Etapa 3: 1 cm, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ cm, $\frac{1}{2}$ cm

Sequência obtida:

$\left(1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots\right)$ PG com $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$a_n < 10000$$

$$1 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} < \frac{1}{10000}$$

$$2^{\frac{-n+1}{2}} < 10^{-4}$$

$$\log 2^{\frac{-n+1}{2}} < \log 10^{-4}$$

$$\frac{(-n+1)}{2} \cdot \log 2 < -4 \cdot \log 10$$

$$0,3 \left(\frac{-n+1}{2}\right) < -4$$

$$-3n + 3 < -80$$

$$n > \frac{83}{3} \Rightarrow 27,66\dots$$

Portanto,

$$n = 28$$

ALTERNATIVA C