

Questão 06

Uma empresa distribuidora de alimentos tem latas de ervilha (E) e latas de milho (M), em dois pesos, 1 kg e 2kg, totalizando 4 (quatro) tipos de latas: E1 e E2 (ervilha, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente) e M1 e M2 (milho, em pesos de 1kg e 2kg, respectivamente). Essas latas são agrupadas em pacotes para envio aos comerciantes. Dois pacotes de latas são considerados **iguais** se contiverem a mesma quantidade de latas de cada tipo, independentemente da maneira como são organizadas no pacote.

- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1 e E2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1** tipo dessas latas.
- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 200kg (**duzentos quilos**) podem ser montados usando-se apenas latas dos tipos **E1, E2 e M1**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1 ou 2** tipos dessas latas.
- Quantos pacotes diferentes pesando, cada um, exatamente 20kg (**vinte quilos**) podem ser montados usando-se latas dos tipos **E1, E2, M1 e M2**? Na contagem, deve-se também levar em conta pacotes formados por apenas **1, 2 ou 3** tipos dessas latas.

RESPOSTAS

A) Para montar o pacote desejado, devemos contar o total de soluções inteiras não negativas de $E_1 + 2E_2 = 200$.

Logo, $E_2 = 100 - E_1/2$, e $0 \leq E_2 \leq 100$, o que soma 101 pacotes.

B) Para montar o pacote desejado, devemos contar o total de soluções inteiras não negativas de $E_1 + 2E_2 + M_1 = 200$.

E_2	$E_1 + M_1$	Total de soluções
0	200	201
1	198	199
2	196	197
3	194	195
...	...	...
100	0	1

Logo, o total é $1+3+5+\dots+201$, que é uma PA cuja soma é $(1+201) \cdot 101/2 = 10201$

C) Para montar o pacote desejado, devemos contar o total de soluções inteiras não negativas de $E_1 + 2E_2 + M_1 + 2M_2 = 20 \iff 2(E_2 + M_2) + E_1 + M_1 = 20$

Analisando a tabela a seguir:

$E_2 + M_2$	$E_1 + M_1$	Total de soluções
0	20	$1 \cdot 21 = 21$
1	18	$2 \cdot 19 = 38$
2	16	$3 \cdot 17 = 51$
3	14	$4 \cdot 15 = 60$
4	12	$5 \cdot 13 = 65$
5	10	$6 \cdot 11 = 66$
6	8	$7 \cdot 9 = 63$
7	6	$8 \cdot 7 = 56$
8	4	$9 \cdot 5 = 45$
9	2	$10 \cdot 3 = 30$
10	0	$11 \cdot 1 = 11$

Logo, o total de soluções é 506.