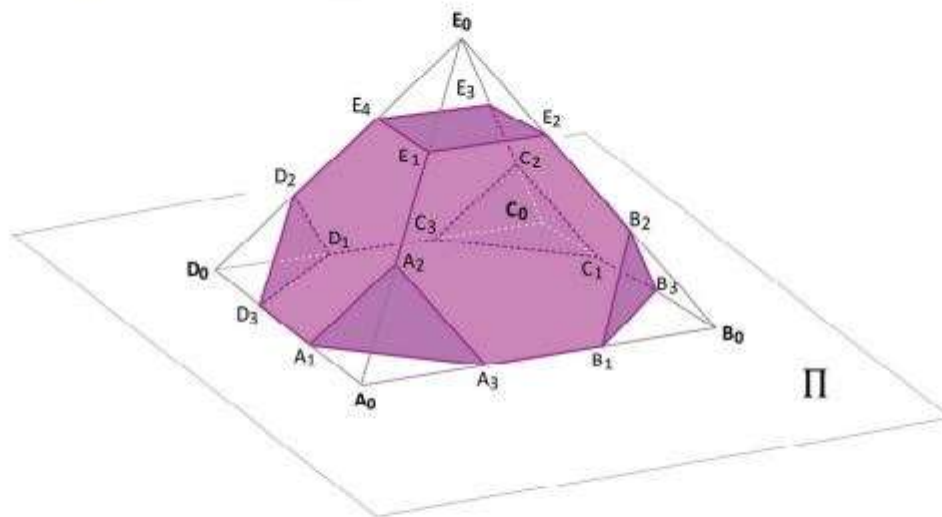


Questão 04

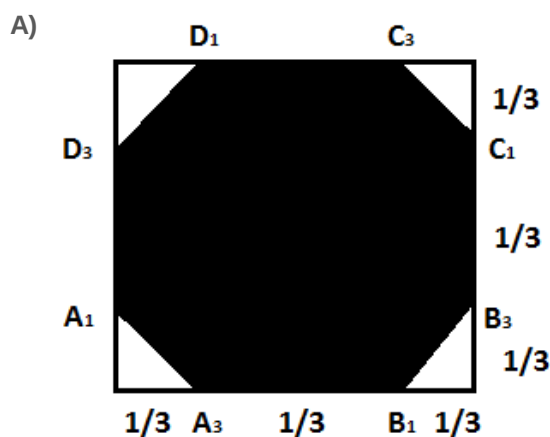
Uma pirâmide **P** tem base quadrada $A_0B_0C_0D_0$ de lado medindo 1 u. m., apoiada em um plano Π , e quatro faces que são triângulos equiláteros, ligando a base ao ápice E_0 de **P**. Os dezesseis pontos $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3$ e E_4 , indicados na figura, dividem cada aresta da pirâmide em três segmentos de igual medida.



Um novo sólido **S**, em destaque na figura, é produzido subtraindo-se de **P** as cinco pirâmides $A_0A_1A_2A_3, B_0B_1B_2B_3, C_0C_1C_2C_3, D_0D_1D_2D_3$ e $E_0E_1E_2E_3E_4$. Determine:

- o perímetro da face de **S** que se apoia em Π , cujos vértices são $A_1, A_3, B_1, B_3, C_1, C_3, D_1$ e D_3 .
- o volume de **S**.
- a distância entre A_1 e E_2 .

RESPOSTAS



$$A_3B_1 = B_3C_1 = C_3D_1 = D_3A_1 = \frac{1}{3}$$

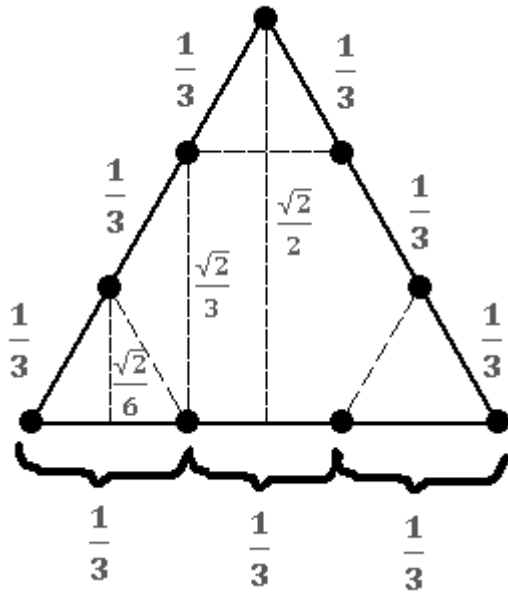
$$A_1A_3 = B_1B_3 = C_1C_3 = D_1D_3 = \frac{1}{3}\sqrt{2}$$

Perímetro da face de S que se apoia em Π :

$$2p = 4 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$2p = 4 \left(\frac{1 + \sqrt{2}}{3} \right)$$

B)



$$V_S = V_{A_0B_0C_0D_0E_0} - 4 \cdot V_{A_0A_1A_2A_3} - V_{E_0E_1E_2E_3E_4}$$

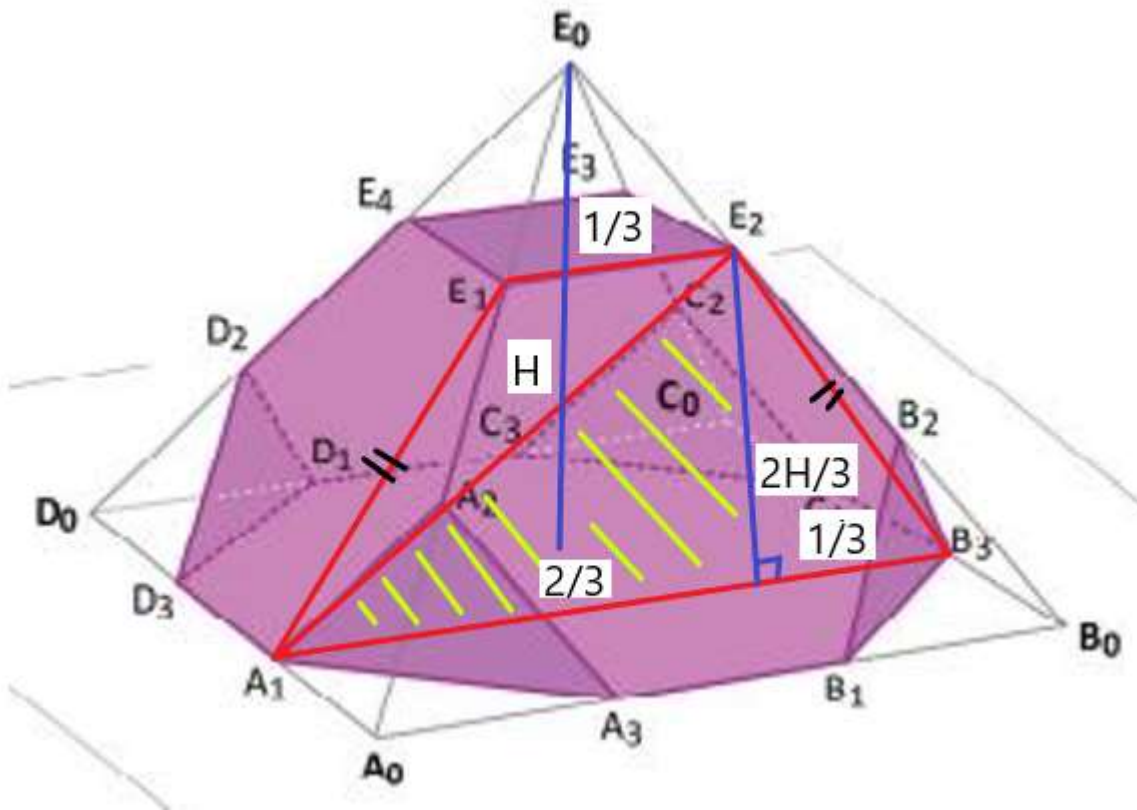
$$V_S = \frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{1}{27} \cdot V_{A_0B_0C_0D_0E_0}$$

$$V_S = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{81} - \frac{1}{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$V_S = \frac{\sqrt{2}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{81} - \frac{\sqrt{2}}{162} = \frac{24\sqrt{2}}{162}$$

$$V_S = \frac{4\sqrt{2}}{27}$$

C)



Do triângulo hachurado acima, considerando o segmento $A_1E_2 = D$ e sendo a altura da pirâmide:

$$H = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{Logo, } \frac{2}{3} H = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras, tem-se

$$D^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2$$

$$D = \sqrt{\frac{6}{9}}$$

$$D = \frac{\sqrt{6}}{3}$$