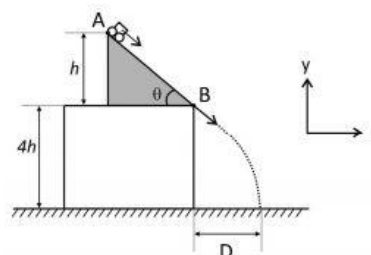


Questão F01

Um plano de inclinação θ situa-se sobre uma mesa horizontal de altura $4h$, conforme indicado na figura. Um carrinho de massa m parte do repouso no ponto A, localizado a uma altura h em relação à superfície da mesa, até atingir o ponto B na parte inferior do plano para então executar um movimento apenas sob a ação da gravidade até atingir o solo a uma distância horizontal D da base da mesa, conforme mostra a figura. Ao utilizarmos rampas com diferentes inclinações θ (com o carrinho sempre partindo de uma mesma altura h), obtemos diferentes alcances horizontais D .



- Calcule o intervalo de tempo decorrido entre a partida do carrinho, situado inicialmente no topo do plano inclinado, até atingir o solo, considerando o valor para a inclinação $\theta = 90^\circ$.
- Usando a conservação da energia mecânica e supondo agora uma inclinação θ qualquer, obtenha o módulo do vetor velocidade $|\vec{v}|$ com que o carrinho deixa a superfície do plano inclinado.
- Encontre o valor do alcance D supondo que a inclinação do plano seja de $\theta = 45^\circ$.

Note e adote:

Considere conhecido o módulo g da aceleração da gravidade. Despreze o efeito de forças dissipativas.

- a) Para $\theta = 90^\circ$:

$$\Delta S = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$(h + 4h) = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{10h}{g}}$$

- b) Conservando energia mecânica:

$$E_{mec\ B} = E_{mec\ A}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

- c) Decompondo as velocidades:

$$v_x = v \cdot \cos 45 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{gh}$$

$$v_y = v \cdot \sin 45 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{gh}$$

Na direção x: MU

$$D = v_x \cdot t$$

$$t = \frac{D}{\sqrt{gh}}$$

Na direção y: MUV ($a=g$)

$$\Delta S_y = v_y \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$4h = \sqrt{gh} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Sabendo que:

$$t = \frac{D}{\sqrt{gh}}$$

Logo,

$$4h = \sqrt{gh} \cdot \frac{D}{\sqrt{gh}} + \frac{g \cdot \left(\frac{D}{\sqrt{gh}} \right)^2}{2}$$

$$4h = D + g \cdot \frac{D^2}{2 \cdot g \cdot h}$$

$$4h = D + \frac{D^2}{2h}$$

$$D + \frac{D^2}{2h} - 4h = 0 \quad (.2h)$$

$$D^2 + 2hD - 8h^2 = 0$$

$$D = \frac{-2h \pm \sqrt{(2h)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)h^2}}{2}$$

$$D = \frac{-2h \pm 6h}{2}$$

$$D = -4h \text{ (não) ou } D = 2h \text{ (resposta)}$$