

Questão 05

O *perímetro* de uma figura plana é o comprimento de seu contorno. O *diâmetro* de uma figura plana é a maior distância entre dois pontos do contorno dessa figura. Calcule a razão entre o perímetro e o diâmetro em cada uma das figuras planas nos casos a seguir:

- Um retângulo com lados de medidas 3 e 4.
- O triângulo obtusângulo ABC mostrado na Figura 1.
- A região colorida dentro do círculo de raio r mostrada na Figura 2.

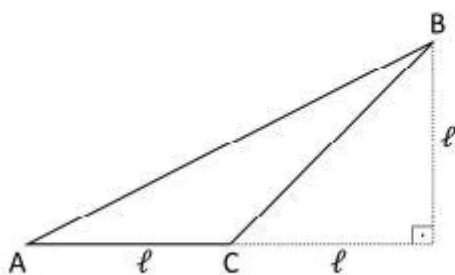


Figura 1

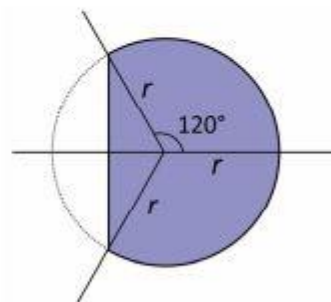
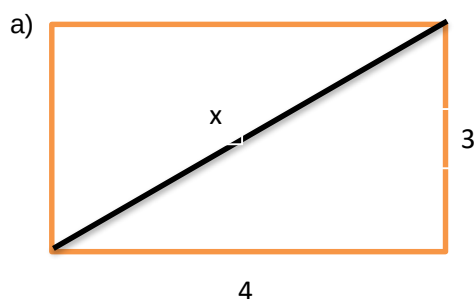


Figura 2

RESPOSTA



Temos que, nesse caso, o diâmetro desejado é na verdade a diagonal do retângulo, que pode ser calculada através do Teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

Já o perímetro é a soma dos lados do retângulo, que resulta em 14. Logo, a razão será $\frac{14}{5} = 2,8$.

b) Inspeccionando a figura do exercício, percebemos que a maior distância entre dois pontos do contorno é a distância entre os pontos A e B. Novamente, podemos calcular esta distância através do Teorema de Pitágoras.

Seja x a distância entre os pontos A e B:

$$x^2 = (2l)^2 + l^2 \Rightarrow x^2 = 5l^2 \Rightarrow x = l\sqrt{5}$$

Agora, para calcularmos o perímetro, precisamos apenas da distância entre os pontos C e B, que também pode ser calculada por Pitágoras.

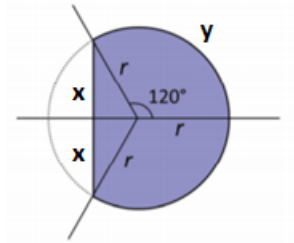
Seja y a distância entre C e B:

$$y^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow y^2 = 2l^2 \Rightarrow y = l\sqrt{2}$$

Portanto, o perímetro é $p = l + l\sqrt{5} + l\sqrt{2}$, e a razão r pode ser calculada da seguinte maneira:

$$r = \frac{l + l\sqrt{5} + l\sqrt{2}}{l\sqrt{5}} = \frac{5 + \sqrt{5} + \sqrt{10}}{5}$$

c) Aqui, o diâmetro da figura é o próprio diâmetro do círculo, ou seja, $2r$. Para calcularmos o perímetro, dividiremos o contorno da figura em duas partes, da seguinte maneira:



Dentro do triângulo retângulo, formado por x e r , temos que o ângulo oposto à x é 60 graus. Usando as relações trigonométricas, temos que:

$$\text{sen}(60) = \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

Para obtermos y , faremos a seguinte relação entre o perímetro total e o perímetro parcial do círculo:

$$2\pi r \text{ ————— } 360 \text{ graus}$$

$$y/2 \text{ ————— } 120 \text{ graus}$$

Chegando em $y = \frac{4\pi r}{3}$. Logo, o perímetro é $p = 2x + y = r\sqrt{3} + \frac{4\pi r}{3}$, e a razão:

$$R = \frac{p}{d} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3}$$