

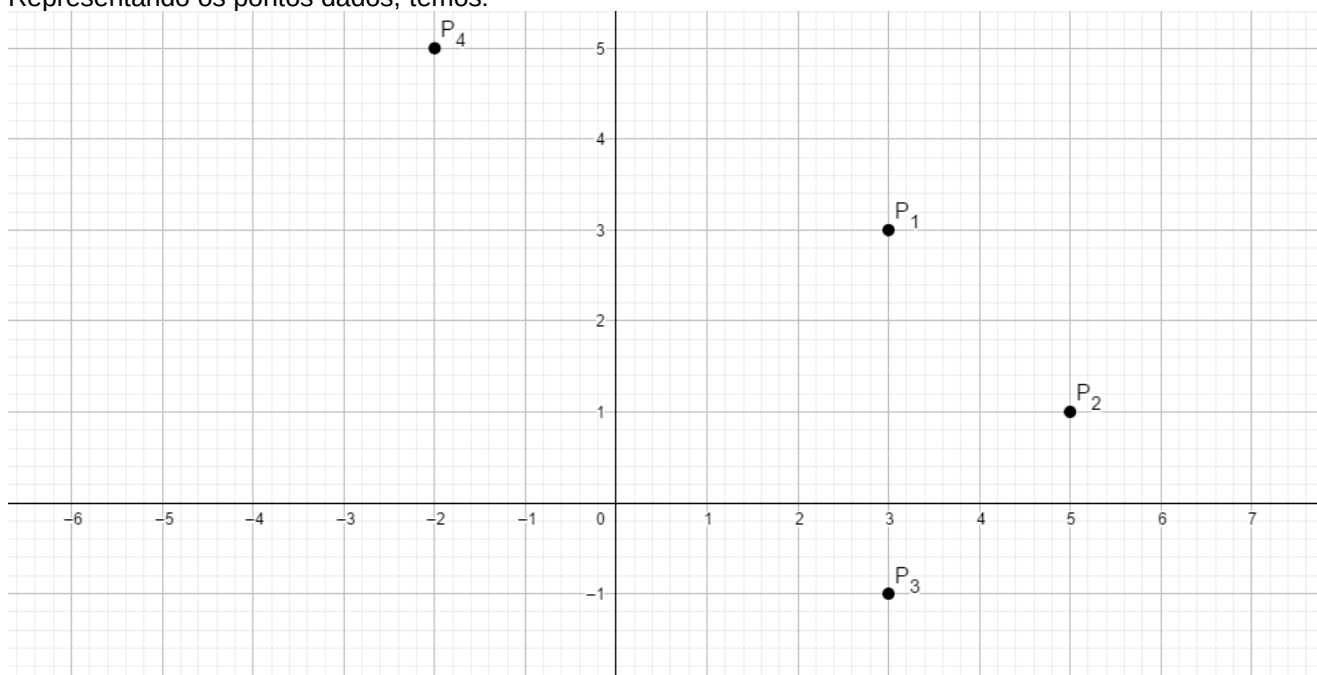
Questão M02

São dados os pontos no plano cartesiano $P_1 = (3; 3)$, $P_2 = (5; 1)$, $P_3 = (3; -1)$ e $P_4 = (-2; 5)$.

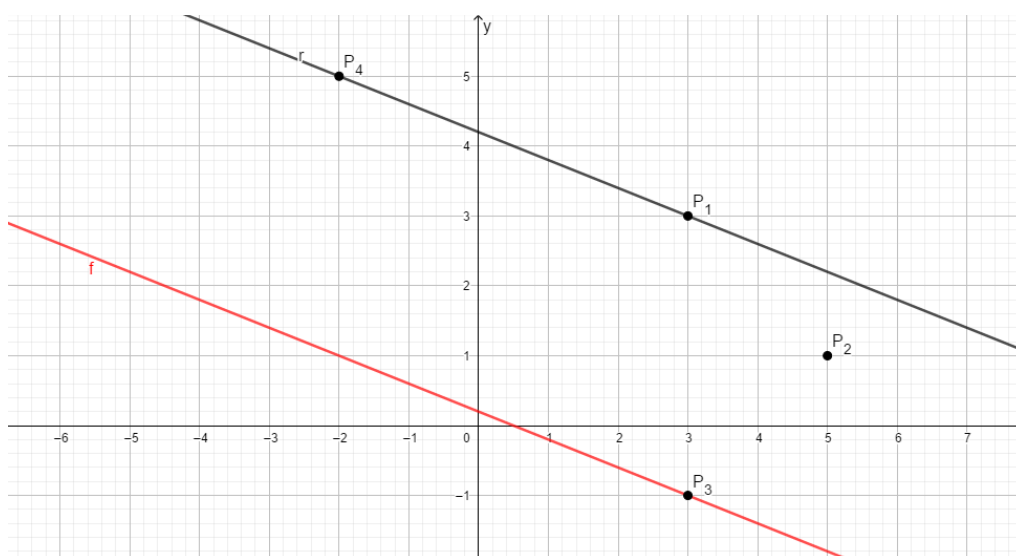
- Determine a equação da reta que passa por P_3 e é paralela à reta que passa por P_1 e P_4 .
- Determine a equação da circunferência que passa pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 .
- Sendo C a circunferência do item (b) e P o ponto de intersecção de C com o eixo Ox , que está mais próximo da origem, determine a equação da reta tangente a C em P .

RESPOSTA:

Representando os pontos dados, temos:



a) A reta pedida é a reta que está em vermelho na figura:



Como a reta que passa por P_3 é paralela à reta que passa por P_1 e P_4 , seus coeficientes angulares são iguais. Assim, se a reta que passa por P_3 é da forma $y = mx + n$, temos:

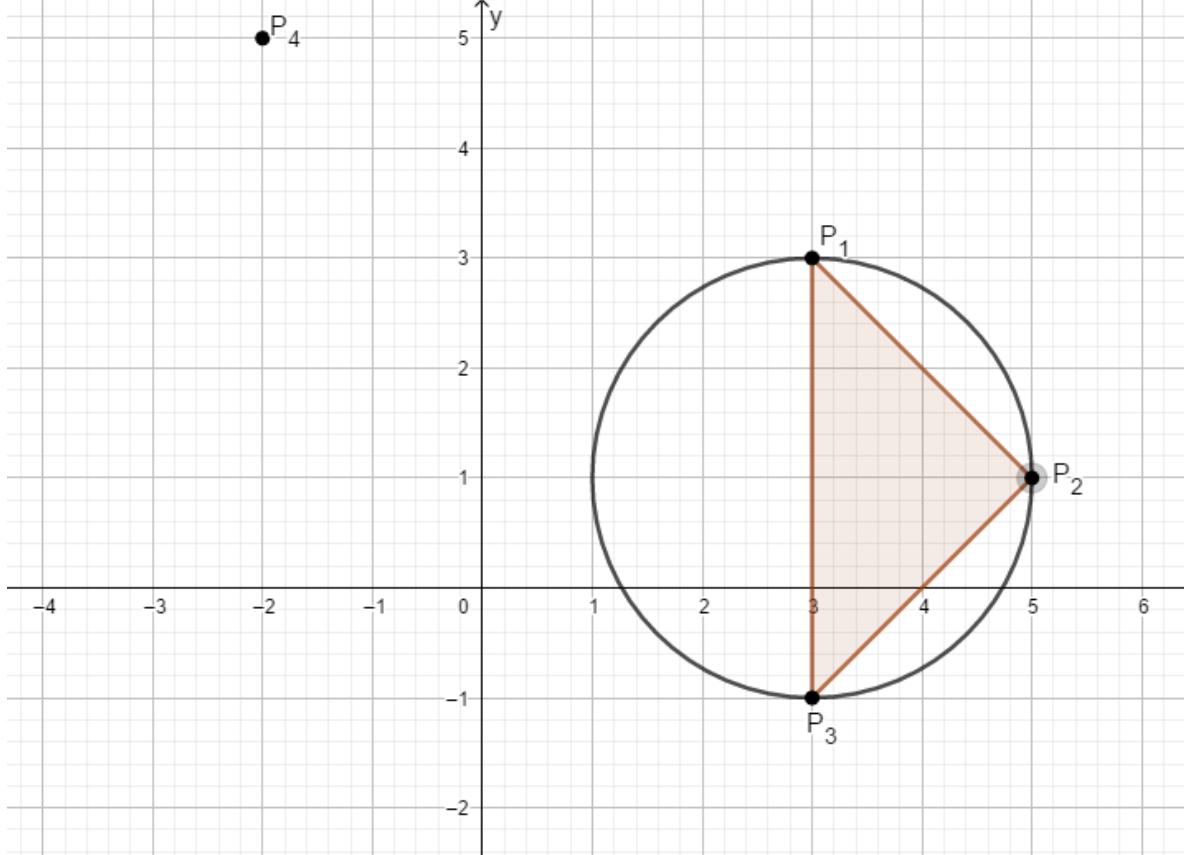
$$(1) \text{ coeficiente angular: } m = \frac{5-3}{-2-3} = -\frac{2}{5}.$$

(2) Equação: $y = -\frac{2}{5}x + n$.

Como o ponto P_3 pertence à reta, ao substituir o ponto na reta (2), a equação será válida.

$$\text{Logo, } -1 = -\frac{2}{5} \cdot 3 + n \Rightarrow n = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}}.$$

b) Analisando os pontos dados, o triângulo $P_1P_2P_3$ é retângulo em P_2 e isósceles. Assim:



1) O centro C da circunferência é o ponto médio dos pontos P_1 e P_3 : $C = (3, 1)$;

2) o raio r da circunferência é a metade da distância entre P_1 e P_3 : $r = 2$.

Logo, a equação é: $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$

c) Da equação da circunferência, o ponto de intersecção da circunferência com o eixo x basta fazer $y = 0$. Assim:

$$(x - 3)^2 + (0 - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = 3 \pm \sqrt{3}}.$$

Como o ponto P é o mais próximo da origem, as coordenadas de P são: $P = (3 - \sqrt{3}, 0)$.

A equação da reta pedida é a equação da reta laranja.

Chamando de M o ponto de intersecção do segmento P_1P_3 com o eixo x , o triângulo PMC é retângulo em M e os

catetos são 1 e $\sqrt{3}$. Assim, o ângulo no vértice P tem tangente igual a $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e o ângulo no vértice P mede 30° . Logo,

o ângulo de inclinação da reta com o eixo x é de 120° . Portanto, o coeficiente angular da reta laranja é :

$$\text{tg}120^\circ = -\sqrt{3}$$

Logo, a equação é $y = -\sqrt{3}x + n$.

Como o ponto P pertence à essa reta, temos:

$$0 = -\sqrt{3}(3 - \sqrt{3}) + n \Leftrightarrow \boxed{n = 3\sqrt{3} - 3} \text{ . Assim , a equação pedida é } \boxed{y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} - 3}$$

