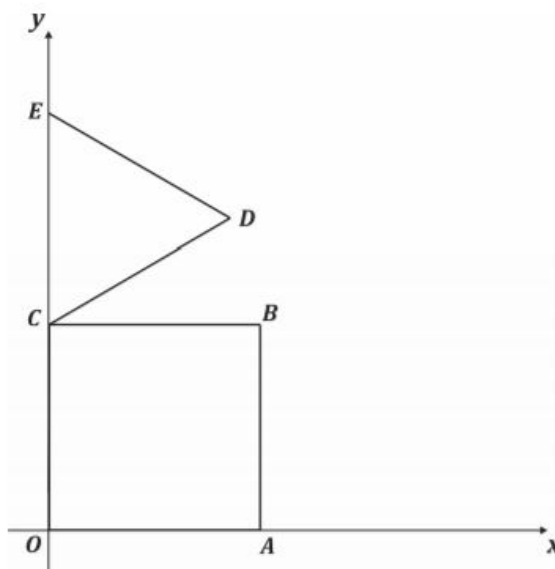


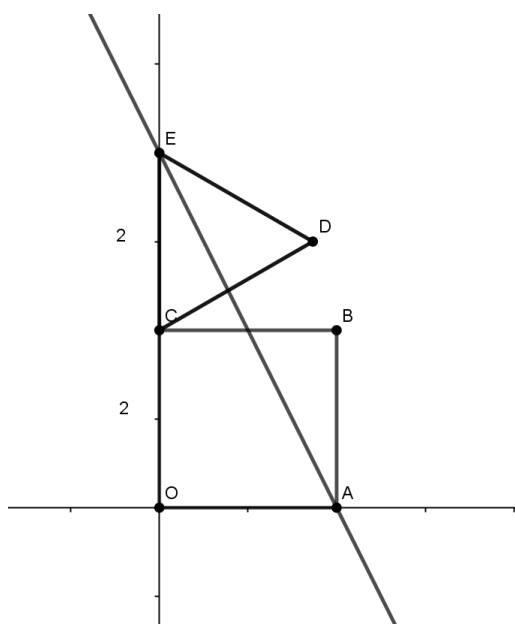
Questão M2



Na figura, $OABC$ é um quadrado e CDE é um triângulo equilátero tal que $OC = CE = 2$.

- Determine a equação da reta que passa por E e por A .
- Determine a equação da reta que passa por D e é perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AE}$.
- Determine um ponto P no segmento OA , de modo que a reta que passa por E e por P divida o quadrado em duas regiões, de tal forma que a área da região que contém o segmento OC seja o dobro da área da outra região.

RESPOSTA



- a) Sejam r a reta que passa pelos pontos A e E .
 Sendo $OC = CE = 2$, temos que: $AO = 2$ e $OE = 4$
 Desta forma temos os pontos $A = (2, 0)$ e $E = (0, 4)$, seja m_r o coeficiente angular da reta r :

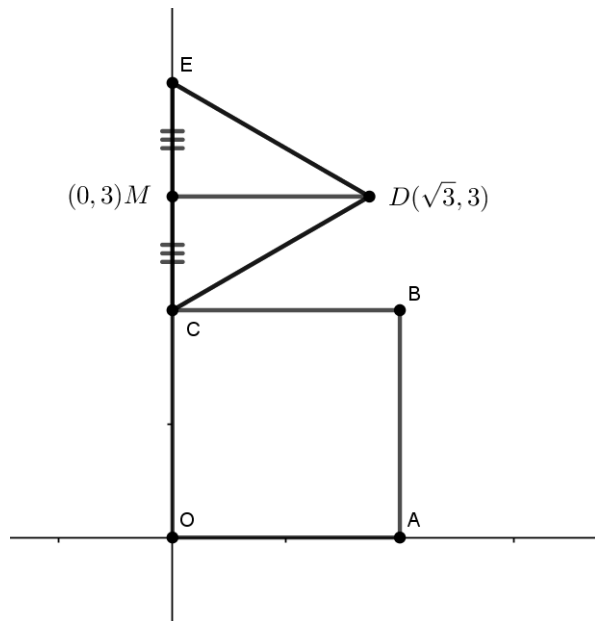
$$m_r = \Delta y / \Delta x = (4-0)/(0-2) = -2$$

E pela equação fundamental temos:

$$(y-y_A) = m_r(x-x_A) \rightarrow (y-0) = -2(x-2)$$

$$y = -2x + 4$$

$$\text{Resposta: } 2x + y - 4 = 0$$



b)

M é ponto médio de $\overrightarrow{CE}$, então $M=(0,3)$ e $\overrightarrow{MD}$ é a

altura de um triângulo equilátero CDE, então $MD = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Logo $d=(\sqrt{3},3)$.

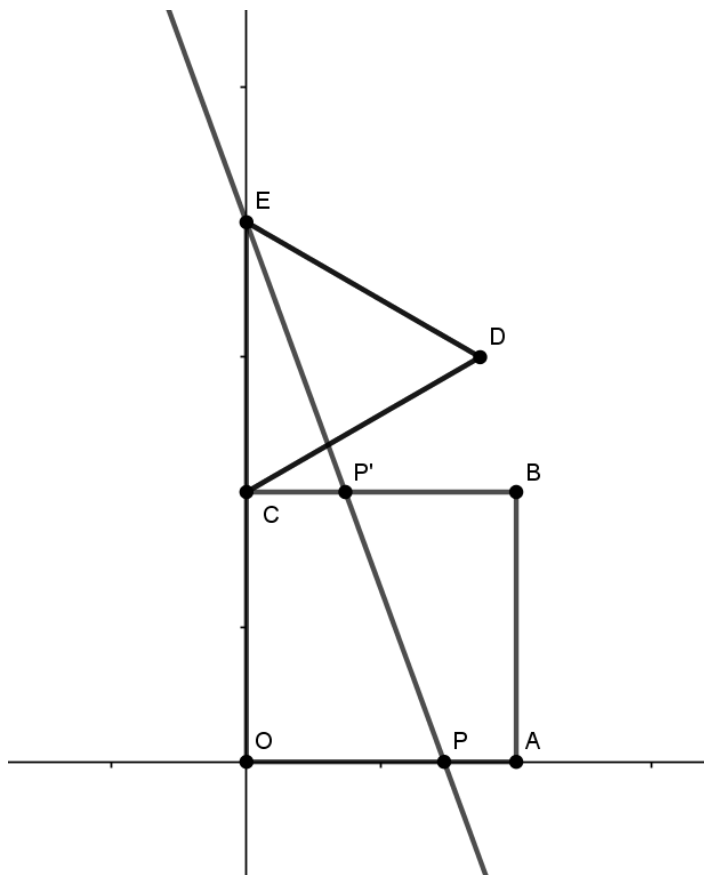
Seja S a reta que passa por D e é perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AE}$:

$$m_s = 1/2, \text{ pois } r \perp s \text{ (} m_r \cdot m_s = -1 \text{)}$$

Pela equação fundamental, temos:

$$(y-3) = \frac{1}{2}(x-\sqrt{3}) \rightarrow 2y-6 = x-\sqrt{3} \rightarrow x-2y+6-\sqrt{3} = 0$$

Resposta $x-2y+6-\sqrt{3} = 0 \rightarrow$ a equação da reta pedida.



c)

Seja P ($x_p, 0$) um ponto no segmento $\overline{OA}$.

Como C é ponto médio de $\overline{OE}$ e $\overline{CB}$ é paralelo a $\overline{OA}$, temos P' como ponto médio de $\overline{PE}$,
então $P' = (\frac{x_p}{2}, 0)$.

Pelo enunciado , o trapézio $OPP'C$ tem o dobro da área do trapézio $PABP'$, ou seja,

$$A_{OPP'C} = 2 A_{PABP'}$$

Como a área do quadrado é 4 (u.a. : unidades de área) temos que : $A_{PABP'} = \frac{4}{3}$ e $A_{OPP'C} = \frac{8}{3}$

No trapézio $OPP'C$ temos os vértices $\Rightarrow O(0,0)$; $P(x_p, 0)$; $P'(\frac{x_p}{2}, 0)$ e $C(0,2)$

$$A_{OPP'C} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{(\frac{x_p}{2} + x_p)2}{2} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{x_p}{2} + x_p = \frac{8}{3} \Rightarrow x_p = \frac{16}{9}$$

Resp: $P(\frac{16}{9}, 0)$