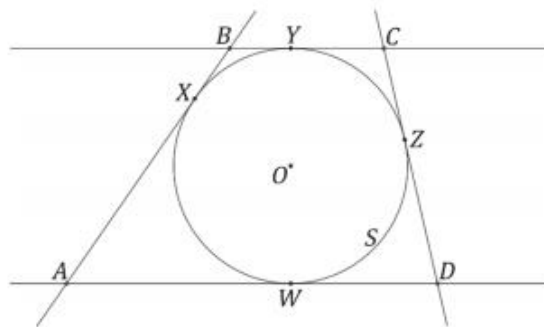


Questão M04

São dados:

- uma circunferência S de centro O e raio 5;
- quatro pontos X, Y, Z e W em S de tal forma que as retas tangentes a S nesses pontos formam um trapézio $ABCD$, como na figura;
- $\sin(\widehat{BAW}) = \frac{3}{5}$ e $CD = 15$.



Determine

- a medida de $\overline{AB}$;
- a medida de $\overline{AW}$ e $\overline{AX}$;
- a área da região delimitada pelo trapézio $ABCD$.

RESPOSTA

- a) Considere o $\triangle ABB'$ (B' projeção ortogonal de B em A)

$$\sin(BAW) = \frac{10}{AB} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{10}{AB} \Rightarrow AB = \frac{50}{3}$$

- b) $\operatorname{tg}(OAW) = \frac{5}{AW}$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(BAW) &= \frac{3}{4}, \quad \text{pois } \cos(BAW) = \frac{4}{5} \\ \operatorname{tg}(BAW) &= \frac{2\operatorname{tg}(OAW)}{1 - \operatorname{tg}^2(OAW)} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\frac{10}{AW}}{1 - \frac{25}{(AW)^2}} \Rightarrow 3\left(1 - \frac{25}{AW^2}\right) = \frac{40}{AW} \Rightarrow 3 - \frac{75}{AW^2} = \frac{40}{AW} \Rightarrow 3AW^2 - 75 \\ &= 40AW \\ 3AW^2 - 40AW - 75 &= 0 \Rightarrow AW = \frac{90}{6} \Rightarrow AW = 15 \end{aligned}$$

Pela propriedade dos segmentos tangentes, $AW=AX=15$.

- c) Pela propriedade do quadrilátero circunscrito, temos que:
 $AB+CD=BC+AD$ e como $BX=BY$, $CZ=ZY$ e $ZD=WD$ (pela propriedade dos segmentos tangentes).

$$\begin{aligned} \text{Área do trapézio} &\Rightarrow A_{trap} = \frac{(BC + AD)10}{2} = (BY + YC + AW + WD)5 = (BX + AX + CZ + ZD)5 = \\ &\left(\frac{50}{3} + 15\right)5 = \frac{95}{3} * 5 = \frac{475}{3} \text{ unidades de área} \end{aligned}$$