

Questão M01

A figura apresenta uma parte de uma tabela na qual cada linha e cada coluna seguem de acordo com o padrão representado.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	...
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	...
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	...
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Com relação a essa tabela de números:

- Escolha um quadrado 3×3 e, exibindo a soma de seus 9 números, verifique que o resultado é múltiplo de 9.
- Um quadrado com 16 números tem por soma de todos esses números o valor de 1.056 (mil e cinquenta e seis). Descubra o menor número desse quadrado.
- A soma de todos os números de um quadrado $n \times n$, com menor número igual a 4, é de 108.000 (cento e oito mil). Qual é o valor de n ?

RESPOSTA

Observando a construção da tabela numérica, conclui-se que:

- Em cada linha tem-se elementos consecutivos;
- De uma linha para a seguinte, acrescenta-se 7 unidades a cada elemento.

a) Como devemos escolher um quadrado 3×3 , vamos escolher o quadrado

1	2	3
8	9	10
15	16	17

A soma dos elementos é: $1+2+3+8+9+10+15+16+17=81$, que é múltiplo de 9.

b) Da tabela, todo quadrado com 16 números é da forma:

a	a+1	a+2	a+3
a+7	a+8	a+9	a+10
a+14	a+15	a+16	a+17
a+21	a+22	a+23	a+24

Logo, a soma dada (1056) é:

$$1056 = 16a + 192 \Rightarrow a = 54$$

R: O menor número é 54.

c) Da tabela, a partir do elemento 4, com n linhas e n colunas, tem-se a tabela a seguir:

4	5	6	7	...	3+n
11	12	13	14	...	10+n
18	19	20	21	...	17+n
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4+7(n-1)	5+7(n-1)	6+7(n-1)	7+7(n-1)	...	3+n+7(n-1)

Chamando de S a soma dos elementos da 1ª coluna, sendo que S é a soma dos n primeiros termos de uma PA de $a_1 = 4$ e $r = 7$, tem-se:

$$\text{Coluna 1: soma} = S = \frac{[4+4+7(n-1)]n}{2} \cong \frac{(7n+1)n}{2}$$

$$\text{Coluna 2: soma} = S + n$$

$$\text{Coluna 3: soma} = S + 2n$$

⋮

$$\text{Coluna n: soma} = S + n(n-1)$$

Assim,

$$108000 = n \times S + \frac{(n + n^2 - n)(n - 1)}{2} \Rightarrow 108000 = \frac{7n^3 + n^2 + n^3 - n^2}{2} \Rightarrow 8n^3 = 216000 \Rightarrow n^3 = 27000 \Rightarrow n = 30$$