

**QUESTÃO 5**

5. O Professor Eduardo está lecionando a disciplina “Matemática Avançada” para uma turma composta por 4 alunos. As notas dos(as) alunos(as), que vão de 0 a 10 em cada uma das provas, estão indicadas na tabela abaixo. O professor precisa decidir como utilizará as notas das provas para compor a nota final  $N$  dos alunos. Serão aprovados(as) os(as) alunos(as) que tiverem nota final  $N \geq 5$ .

|        | Prova 1 | Prova 2 | Prova 3 |
|--------|---------|---------|---------|
| Amélia | 9       | 8       | 10      |
| Bruno  | 3       | 2       | 6       |
| Laura  | 5       | 4       | 7       |
| Mário  | 1       | 3       | 7       |

- a) Considerando que o professor decidiu calcular a nota final dos estudantes usando a média aritmética das notas das provas, indique na tabela abaixo, para cada aluno(a), a nota final  $N$  e se foi ou não aprovado(a).
- b) Eduardo decide utilizar a média ponderada para calcular a nota final, sendo que o peso da Prova 1 será  $k$ , o peso da Prova 2 será 1, e o peso da Prova 3 será  $m$ . O professor deixa para os estudantes a tarefa de decidir os pesos  $k$  e  $m$  com a condição de que tais pesos estejam no conjunto  $\{1,2,3,4,5,6\}$ . Os estudantes decidem escolher valores de  $k$  e de  $m$  que garantam a aprovação de todos da turma. Nesse caso, quais são os possíveis valores de  $k$  e  $m$ ?

**RESOLUÇÃO**

a) Calculando a média aritmética de cada estudante, tem-se:

- Amélia:  $\frac{9+8+10}{3} = 9$  (aprovada)
- Bruno:  $\frac{3+2+6}{3} = \frac{11}{3} = 3,66$  (não aprovado)
- Laura:  $\frac{5+4+7}{3} = \frac{16}{3} = 5,33$  (aprovada)
- Mário:  $\frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3} = 3,66$  (não aprovado)

E a tabela fica:

|        | N    | Aprovado(a) |     |
|--------|------|-------------|-----|
|        |      | Sim         | Não |
| Amélia | 9,00 | x           |     |
| Bruno  | 3,66 |             | x   |
| Laura  | 5,33 | x           |     |
| Mário  | 3,66 |             | x   |

b) Seja  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  as notas das três provas. A média ponderada proposta será calculada da seguinte forma:  $\frac{k \cdot P_1 + P_2 + m \cdot P_3}{k + m + 1}$ .

Assim, deve-se ter:

$$\frac{k \cdot P_1 + P_2 + m \cdot P_3}{k + m + 1} \geq 5 \Leftrightarrow k \cdot (P_1 - 5) + (P_2 - 5) + m \cdot (P_3 - 5) \geq 0$$

Analisando tal condição para os quatro alunos com as notas  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , tem-se:

| Aluno  | Média Ponderada para no mínimo 5,0 |
|--------|------------------------------------|
| Amélia | $4k + 8 + 5m$                      |
| Bruno  | $-2k - 3 + m$                      |
| Laura  | $7m - 1$                           |
| Mário  | $-4k - 2 + 2m$                     |

Da definição de m e k, Amélia e Laura terão média superior a 5 para todo m e k.

Logo, para todos serem aprovados, deve-se ter:  $\begin{cases} -2k - 3 + m \geq 0 \\ -4k - 2 + 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2k \geq 3 \\ 2m - 4k \geq 2 \end{cases}$

Portanto,  $m - 2k \geq 3$

Logo, as possibilidades são: m = 5 e k = 1 ou m = 6 e k = 1.