

Questão 07

7. Seja a matriz de ordem 2×3 , dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

a) Seja C a matriz de ordem 3×2 , cujos elementos são dados por $c_{ij} = (-1)^{i+j}$, para $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, 2$. Determine o produto AC .

b) Determine a solução do sistema linear $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$, nas variáveis reais x , y e z , em que (x, y, z) é uma progressão aritmética.

RESPOSTA

a) Da lei de formação da matriz C , tem-se:

i) $c_{ij} = (-1)^{i+j}$

ii) $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix} \Rightarrow$

$$c_{ij} = (-1)^{i+j}$$

$$c_{11} = (-1)^{1+1} = 1$$

$$c_{12} = (-1)^{1+2} = -1$$

$$c_{21} = (-1)^{2+1} = -1$$

$$c_{22} = (-1)^{2+2} = 1$$

$$c_{31} = (-1)^{3+1} = 1$$

$$c_{32} = (-1)^{3+2} = -1$$

Assim, a matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ e o produto pedido, AC , fica:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

b) Por hipótese, pode-se reescrever a equação matricial $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$ como um sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x + y + z \\ x + 2y + 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

Além disso, PA $(x, y, z) \Rightarrow 2y = x + z$

Logo, o sistema linear fica:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + y = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 6 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ x + y = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + 3z = 2 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$S = \{(5, 2, -1)\}$$