

Questão 59

Uma urna contém bolas numeradas de 1 até 100. Considere os seguintes eventos associados à retirada aleatória de uma bola dessa urna:

E_1 : sair um número de 2 algarismos;

E_2 : sair um número cuja soma de seus algarismos seja igual a 3;

E_3 : sair um número estritamente maior que k (sendo k um inteiro de 1 até 100).

Sendo $P(E_2) < P(E_3) \leq P(E_1)$ a ordenação das probabilidades associadas a cada um dos três eventos, a quantidade de possibilidades distintas para k é igual a

(A) 87.

(B) 86.

(C) 88.

(D) 90.

(E) 89.

RESOLUÇÃO

Para o evento E_1 , devemos observar que, no intervalo de 1 a 100, temos:

- 9 números com 1 algarismo, que são os números de 1 a 9;
- 90 números com 2 algarismos, que são os números de 10 a 99;
- 1 número com 3 algarismos, que é o número 100.

Assim, a probabilidade de sair um número com 2 algarismos é:

$$P(E_1) = \frac{90}{100}$$

O evento E_2 corresponde a sair algum dos seguintes números: 3, 12, 21, 30. Assim:

$$P(E_2) = \frac{4}{100}$$

Já para o evento E_3 , devemos observar que, para cada k de 1 a 100, temos:

- k números menores ou iguais a k , que são os números 1, 2, 3, ..., k .
- $100 - k$ números maiores que k , que são os números $k + 1, k + 2, k + 3, \dots, 100$.

Assim, a probabilidade de sair um número maior que k , para cada k de 1 a 100, é:

$$P(E_3) = \frac{100 - k}{100}$$

Agora, da comparação pedida:

$$P(E_2) < P(E_3) \leq P(E_1) \Leftrightarrow \frac{4}{100} < \frac{100 - k}{100} \leq \frac{90}{100} \Leftrightarrow 4 < 100 - k \leq 90 \Leftrightarrow 10 \leq k < 95$$

Os números naturais nesse intervalo são:

$$10, 11, 12, 13, \dots, 94, 95$$

Ou seja, temos um total de $95 - 9 = \boxed{86}$ possibilidades distintas para k .

ALTERNATIVA B