

Questão 24

Bianca está preparando saquinhos com balas e pirulitos para os convidados da festa de aniversário de sua filha. Cada saquinho irá conter 5 balas e 3 pirulitos, ou 3 balas e 4 pirulitos, já que ambas as combinações resultam no mesmo preço. Para fazer os saquinhos, ela dispõe de 7 sabores diferentes de balas (limão, menta, morango, framboesa, caramelo, canela e tutti-frutti) e 5 sabores diferentes de pirulito (chocolate, morango, uva, cereja e framboesa). Cada bala custou 25 centavos e cada pirulito custou x centavos, independentemente dos sabores.

- a) Quantos tipos diferentes de saquinhos Bianca pode fazer se ela não quer que haja balas de um mesmo sabor nem pirulitos de um mesmo sabor em cada saquinho? Qual o preço de cada pirulito?
- b) Quantos tipos diferentes de saquinhos Bianca pode fazer se ela não quer que haja sabores repetidos em cada saquinho?

RESPOSTA

- a) 7 sabores de balas e 5 sabores de pirulitos
5 balas e 3 pirulitos ou 3 balas e 4 pirulitos

$$\text{Adotando } C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{C_{7,5} \cdot C_{5,3} + C_{7,3} \cdot C_{5,4}}{\frac{7!}{5!2!} \cdot \frac{5!}{3!2!} + \frac{7!}{4!3!} \cdot \frac{5!}{4!1!}} = \frac{21 \cdot 10 + 35 \cdot 5}{210 + 175} = 385 \text{ tipos diferentes de saquinhos}$$

Preço da bala $\Rightarrow$ 25 centavos

Preço do pirulito $\Rightarrow x$ centavos

Preços iguais dos saquinhos, portanto:

$$5 \cdot 0,25 + 3 \cdot x = 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot x$$

$$1,25 - 0,75 = 4x - 3x$$

$$x = 0,50$$

Preço do pirulito é 50 centavos.

- b) Sabores presentes nas balas e pirulitos:
Morango e framboesa

Sem sabores repetidos em cada saquinho = total (item a) – sabores repetidos entre balas e pirulitos.

* casos com sabores repetidos entre balas e pirulitos

1º caso: morango repetido e sem framboesa no saquinho

$$C_{5,4} \cdot C_{3,2} + C_{5,2} \cdot C_{3,3} = 15 + 10 = 25$$

2º caso: morango repetido, framboesa na bala e não no pirulito

$$C_{5,3} \cdot C_{3,2} + C_{5,1} \cdot C_{3,3} = 30 + 5 = 35$$

3º caso: morango repetido, framboesa no pirulito e não na bala

$$C_{5,4} \cdot C_{3,1} + C_{5,2} \cdot C_{3,2} = 15 + 30 = 45$$

Total dos 3 casos é igual a 105

Como os casos valem para framboesas repetidas, multiplicamos por 2. Logo, $105 \cdot 2 = 210$.

4º caso: morango e framboesa repetidos

$$C_{5,3} \cdot C_{3,1} + C_{5,1} \cdot C_{3,2} = 30 + 15 = 45$$

Total de casos em que repetem sabores:

$$210+45=255 \text{ casos}$$

Portanto:

Sem sabores repetidos no saquinho= $385-255=130$ combinações.