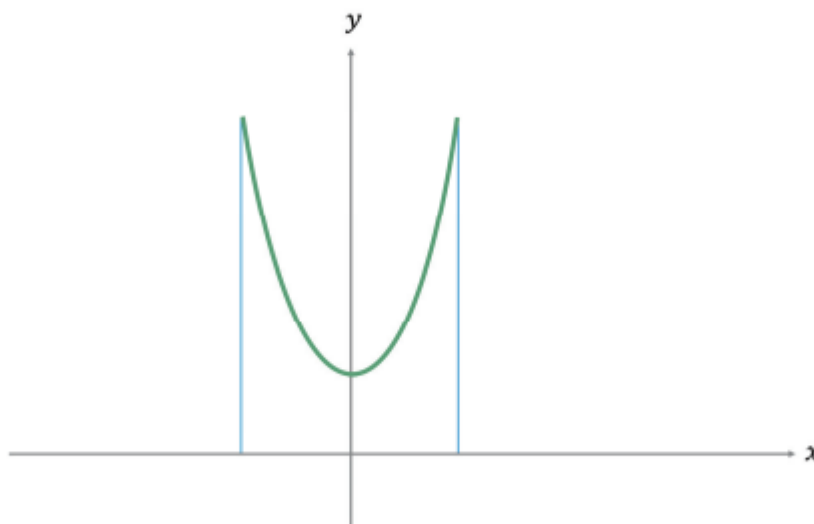


M04

M04

Vamos admitir que uma corda presa nas extremidades de duas hastes paralelas e de mesma altura descreve uma curva que é dada pela equação $y = 2^x + 2^{-x}$. Uma representação gráfica dessa equação, limitada por duas retas verticais paralelas ao eixo Oy e onde o eixo Ox indica o solo, é dada pela figura. A unidade de medida é o metro (m).



- Qual a altura mais baixa que a corda assume?
- Qual será a altura das hastes se a distância entre elas for de 3 m?
- Qual a distância entre dois pontos da corda que estão a uma altura de 4 m do solo?

RESOLUÇÃO

a) Para $x = 0 \rightarrow y = 2^0 + 2^{-0} \rightarrow \boxed{y = 2m}$

b) Para a distância entre as hastes ser 3 m, as abscissas da curva serão $x_1 = -\frac{3}{2}$ e $x_2 = \frac{3}{2}$.
Como $f\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right)$ temos $y = 2^{\frac{3}{2}} + 2^{-\frac{3}{2}} \rightarrow y = \sqrt{2^3} + \frac{1}{\sqrt{2^3}} = 2\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \rightarrow \boxed{y = \frac{9}{4}\sqrt{2}m}$

c) Na equação $2^x + 2^{-x} = 4$, seja $2^x = t$. Assim, $t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$

Se $2^{x_1} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \log_2(2 + \sqrt{3}) = x_1$

Se $2^{x_2} = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow \log_2(2 - \sqrt{3}) = x_2$

Como a distância das hastes é $x_1 - x_2$ temos:

$$x_1 - x_2 = \log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3}) = \log_2\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}\right) = 2 \cdot \log_2(2 + \sqrt{3})$$