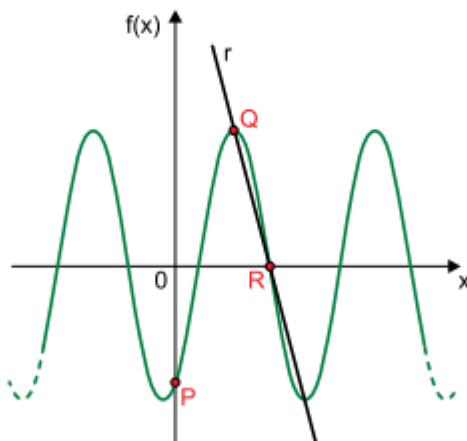


Questão 24

QUESTÃO 24

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por $f(x) = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$. No gráfico de $f(x)$, estão marcados os pontos P, Q e R. O ponto P localiza-se na interseção do gráfico de $f(x)$ com o eixo das ordenadas. Q é o ponto do gráfico de menor abscissa positiva para o qual $f(x)$ é máximo. O ponto R localiza-se na segunda interseção positiva do gráfico de $f(x)$ com o eixo das abscissas. A reta r passa pelos pontos Q e R, como se vê na imagem.



- Determine as coordenadas do ponto P.
- Determine o coeficiente angular da reta r .

RESOLUÇÃO

A – Coordenadas do ponto P:

Como o ponto P localiza-se na interseção do gráfico de $f(x)$ com o eixo das ordenadas temos:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 2\sin\left(3 \cdot 0 - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow f(0) = 2 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow$$

$$f(0) = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Leftrightarrow f(0) = -\sqrt{3}$$

Portanto as coordenadas do ponto P, são: $(0, -\sqrt{3})$

Resposta: $P = (0, -\sqrt{3})$

B – Coordenadas do ponto R:

Como o ponto R localiza-se na segunda interseção positiva do gráfico de $f(x)$ com o eixo das abscissas, temos:

$$y_r = 0 \Rightarrow 0 = 2\sin\left(3x_r - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sin\left(3x_r - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$3x_{r1} - \frac{\pi}{3} = 0 \text{ ou } 3x_{r2} - \frac{\pi}{3} = \pi$$

$$x_{r1} = \frac{\pi}{9} \text{ ou } x_{r2} = \frac{4\pi}{9}$$

Portanto as coordenadas do ponto R, são: $(\frac{4\pi}{9}, 0)$.

Coordenadas do ponto Q:

Como o ponto Q é o ponto do gráfico de menor abscissa positiva para o qual $f(x)$ é o máximo, pode-se calcular a coordenada x do ponto Q pelo ponto médio dois valores possíveis encontrados para o x do ponto R, temos então:

$$x_q = \frac{\frac{\pi}{9} + \frac{4\pi}{9}}{2} \Leftrightarrow x_q = \frac{5\pi}{18}$$

Substituindo esse ponto x, na função obtemos:

$$x_q = \frac{5\pi}{18} \Rightarrow y_q = 2(\text{sen}\left(3 \cdot \frac{5\pi}{18} - \frac{\pi}{3}\right)) \Rightarrow y_q = 2$$

Portanto as coordenadas do ponto Q, são $(\frac{5\pi}{18}, 2)$.

Coeficiente angular da reta r:

Pela formula do coeficiente angular temos:

$$m_r = \frac{y_r - y_q}{x_r - x_q} \Rightarrow m_r = \frac{0 - 2}{\frac{4\pi}{9} - \frac{5\pi}{18}} \Rightarrow m_r = -\frac{12}{\pi}$$

Resposta: O coeficiente angular da reta r é $m_r = -\frac{12}{\pi}$