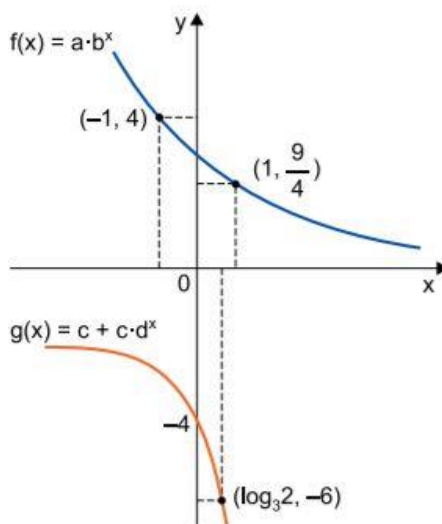


Questão 23

Os gráficos a seguir referem-se às funções exponenciais f e g , de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = a \cdot b^x$ e $g(x) = c + c \cdot d^x$, com a, b, c e d sendo números reais, $0 < b \neq 1$ e $0 < d \neq 1$.



- a) Determine a função f e as coordenadas do ponto de intersecção do seu gráfico com o eixo y .
b) Determine a função g e a equação da assíntota do seu gráfico.

RESPOSTA

a) Pelo gráfico de $f(x)$ temos as igualdades:

$$(-1, 4) \Rightarrow f(-1) = a \cdot b^{-1} = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = 4 \Rightarrow a = 4b \text{ (I)}$$

$$\left(1, \frac{9}{4}\right) \Rightarrow f(1) = a \cdot b^1 = \frac{9}{4} \text{ (II)}$$

De (I) e (II) temos que:

$$4b \cdot b = \frac{9}{4} \Rightarrow b^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \text{ (pois } 0 < b \neq 1)$$

$$\text{Como } b = \frac{3}{4} \text{ e } a = 4b, \text{ temos que: } a = 4 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow a = 3$$

$$\text{Daí, } f(x) = 3 \left(\frac{3}{4}\right)^x$$

O ponto onde o gráfico de $f(x)$ intercepta o eixo y é o ponto de abscissa zero:

Logo quando $x = 0$, temos que:

$$y = f(0) = 3 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 3$$

Portanto, o ponto pedido é $(0, 3)$

Resposta: $f(x) = 3 \left(\frac{3}{4}\right)^x$ e o ponto pedido é $(0, 3)$.

b) Pelo gráfico de $g(x) = c + c \cdot d^x$ e os pontos no gráfico $(0, -4)$ e $(\log_3 2, -6)$, temos as relações:

$$(0, -4) \Rightarrow g(0) = c + c \cdot d^0 = -4 \Rightarrow c + c = -4 \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

Considerando $c = -2$, temos $g(x) = -2 - 2d^x$
 $(\log_3 2, -6)$ pertence ao gráfico de $g(0)$ então

$$g(\log_3 2) = -6 \Rightarrow -2 - 2d^{\log_3 2} = -6 \Rightarrow -2d^{\log_3 2} = -4 \Rightarrow d^{\log_3 2} = 2$$

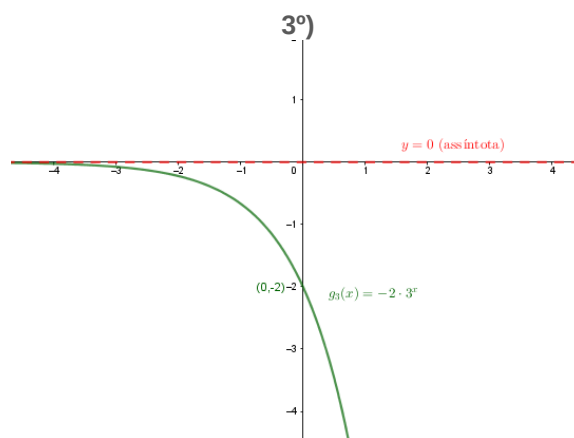
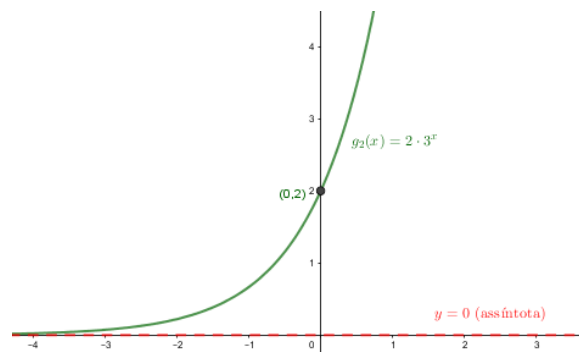
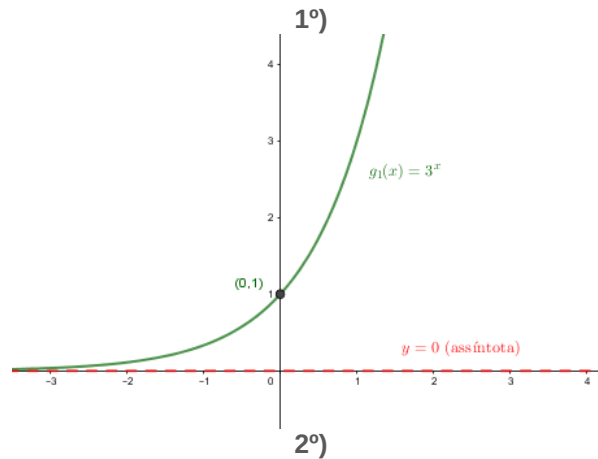
$$\log_3 2 = \log_d 2$$

$$d = 3$$

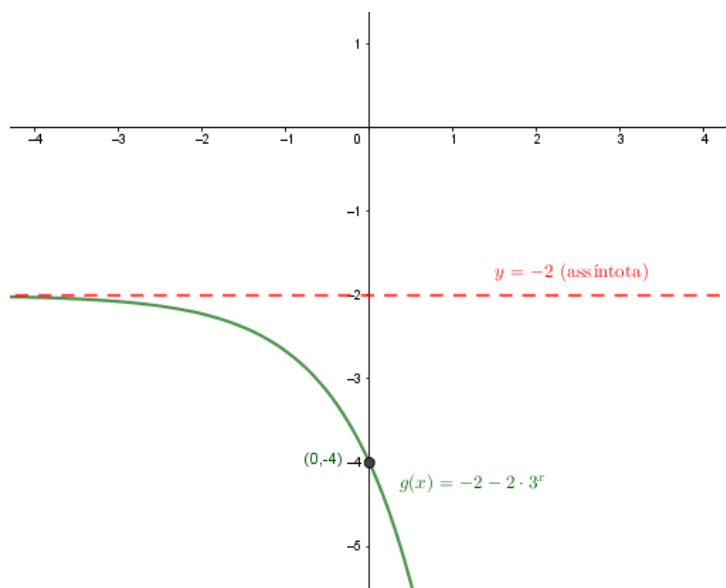
Daí, temos que $g(x) = -2 - 2 \cdot 3^x$

Para encontrar a equação da assíntota devemos proceder da seguinte forma:

Transformando funções até chegarmos na função $g(x) = -2 - 2 \cdot 3^x$



4º) O gráfico de $g(x) = -2 - 2 \cdot 3^x$ é um deslocamento vertical de 2 unidades para baixo



Resposta: $g(x) = -2 - 2 \cdot 3^x$ e $y = -2$ (assíntota)