MATEMÁTICA 05

M05

Considere o quociente $(k_n) = \frac{n}{2^b}$, em que $n, b \in \mathbb{N}^*$.

a) Para $b = 3$, (k_n) forma uma progressão. Indique se a progressão formada é aritmética ou geométrica e forneça o valor da razão.
b) Se n é um número par e $b \leq 3$, qual é o número máximo de casas decimais de k_n?
c) Qual é o menor n, em função de b, tal que $k_1 + k_2 + \cdots + k_n$ é um número inteiro?

RESOLUÇÃO

a) Sendo b= 3, temos:

Para k = 1 → $k_1 = \frac{1}{8}$

Para k = 2 → $k_2 = \frac{2}{8}$

Para k = 3 → $k_3 = \frac{3}{8}$

Logo, uma progressão aritmética de razão $r = \frac{1}{8}$

b) Se n é par, então n = 2p, onde p $\in$ N*.

Para b = 1 → $k_n = \frac{2p}{2} = p$, logo não há casas decimais.

Para b = 2 → $k_n = \frac{2p}{4} = \frac{p}{2}$, o que caracteriza um inteiro se p é par ou um decimal com uma casa decimal se p é ímpar.

Para b = 3 → $k_n = \frac{2p}{8} = \frac{p}{4}$, o que caracteriza um inteiro se p é múltiplo de 4, um número com uma casa decimal se p é múltiplo de 2 e não é múltiplo de 4 e, por fim, duas casas decimais se p é ímpar. Logo, o número máximo de casas decimais é 2.

c) Do enunciado, $\frac{1}{2^b} + \frac{2}{2^b} + \frac{3}{2^b} + \ldots + \frac{n}{2^b} = k$, sendo $k \in$ N*.

Assim,

$$\frac{1}{2^b}+\frac{2}{2^b}+\frac{3}{2^b}+\ldots+\frac{n}{2^b}=\frac{1+2+3+\ldots+n}{2^b}=$$

$$=\frac{\frac{n\left(n+1\right)}{2}}{2^b}=\frac{n\left(n+1\right)}{2^{b+1}}$$

Logo, para $\frac{n\left(n+1\right)}{2^{b+1}}$ ser inteiro, ou $n=2^{b+1}$ ou $n+1=2^{b+1}$ ® $n=2^{b+1}-1$

Logo, o menor n é $n=2^{b+1}-1$