

M04

M04

O sistema *Price*, também conhecido como Sistema Francês de Amortização, é um modelo muito utilizado para financiamentos, como os de celulares e veículos. A principal característica desse sistema é que as parcelas são fixas durante todo o período do financiamento, ou seja, o valor que se paga periodicamente é o mesmo do início ao fim. A parcela do financiamento no sistema *Price* é composta por duas partes: amortização e juros. Nesse sistema, ao longo do tempo, o valor pago a título de juros diminui à medida que o valor pago a título de amortização aumenta, mantendo o valor total da parcela constante, conforme o modelo matemático:

$$V = \frac{P}{(1+j)} + \frac{P}{(1+j)^2} + \frac{P}{(1+j)^3} + \dots + \frac{P}{(1+j)^n} = \frac{P}{(1+j)} \left[1 + \frac{1}{(1+j)} + \frac{1}{(1+j)^2} + \dots + \frac{1}{(1+j)^{n-1}} \right]$$

em que V corresponde ao valor total financiado, j representa a taxa de juros cobrada mensalmente, n é o número de parcelas mensais a serem pagas e P é o valor de cada uma das parcelas.

O valor de n é um número inteiro, dado que é o número de parcelas do financiamento. Contudo, ao modelar matematicamente tal problema, pode-se deparar com valores não inteiros. Existem calculadoras que, por exemplo, mesmo que o valor modelado matematicamente para n não seja inteiro, apresentam como resposta padrão n como sendo o menor inteiro maior que o valor obtido com o modelo matemático. Por exemplo, considerando um valor financiado de R\$19.000,00, que será cobrado a uma taxa de juros de 1% ao mês, com parcelas fixas de R\$500,00, a calculadora apresenta como solução $n = 49$.

- Supondo a ausência de juros, ou seja, uma taxa de juros de 0% ao mês, em quantas parcelas de R\$500,00 poderia ser quitado o financiamento de R\$19.000,00?
- Considerando uma taxa de juros de 1% ao mês, parcelas fixas de R\$500,00 e $n = 49$, calcule o valor financiado V obtido por meio do modelo matemático apresentado.
- Assumindo que n não precisa ser inteiro no modelo matemático apresentado, encontre n para um valor financiado de R\$19.000,00 que será pago em parcelas fixas de R\$500,00 a uma taxa de juros de 1% ao mês.

Note e adote:

No item (b), utilize, se necessário: $(1,01)^{-48} = 0,620260$; $(1,01)^{-49} = 0,614119$; $(1,01)^{-50} = 0,608039$.

No item (c), a resposta pode ser apresentada em função de logaritmo.

RESOLUÇÃO

a) $500 \cdot n = 19000 \Rightarrow n = 38$

b)

$$V = \frac{500}{1,01} \cdot \frac{1 \cdot \left(\left(\frac{1}{1,01} \right)^{49} - 1 \right)}{\frac{1}{1,01} - 1} = \frac{500}{1,01} \cdot \frac{0,385881}{\frac{0,01}{1,01}} = 19294,05$$

c)

$$19000 = \frac{500}{1,01} \cdot \frac{1 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1,01}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{1,01}} \Leftrightarrow$$

$$19000 = \frac{500}{1,01} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1,01}\right)^n}{\frac{0,01}{1,01}} \Leftrightarrow$$

$$38 = \frac{1 - \left(\frac{1}{1,01}\right)^n}{0,01} \Leftrightarrow$$

$$38 \cdot 0,01 = 1 - \frac{1}{1,01^n} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1,01^n} = 0,62 \Leftrightarrow$$

$$1,01^n = \frac{1}{0,62} \Leftrightarrow$$

$$n \cdot \log 1,01 = \log \left(\frac{1}{0,62}\right) \Leftrightarrow$$

$$n = -\frac{\log 0,62}{\log 1,01} = -\log_{1,01} 0,62 = \log_{1,01} \left(\frac{50}{31}\right)$$

$$\text{Logo, } n = \log_{1,01} \left(\frac{50}{31}\right)$$