

MATEMÁTICA 03

M03

Após uma proposta de atividade de uma professora que incentivava estudantes de sua turma a explorar, em uma tabela numérica, o pensamento matemático por meio de atividades investigativas, a turma percebeu diversos padrões interessantes. Considere uma tabela com 10 colunas, em que os números naturais estão dispostos sequencialmente a partir da primeira linha. Nessa tabela, a professora destacou um retângulo, como mostra a figura:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Posteriormente, definiu como S a soma dos elementos do retângulo e como D o módulo da diferença do produto dos elementos das diagonais. Para o retângulo destacado, temos:

$$S = 6 + 7 + 16 + 17 = 46.$$

$$D = |7 \times 16 - 6 \times 17| = |112 - 102| = 10.$$

Se esse retângulo for deslocado uma coluna para a direita, teremos $S = 50$, e se for deslocado uma linha para baixo, teremos $S = 86$.

A partir das informações apresentadas, responda:

- Se o retângulo destacado da tabela for deslocado n linhas para baixo, qual será o valor de S ?
- Se o retângulo destacado da tabela for deslocado n linhas para baixo, qual será o valor de D ?
- Considere agora que a tabela foi construída com n colunas, sendo $n \geq 2$. Qual é o valor de D para um retângulo cujo menor elemento é k , com $k \neq pn$ ($p \in \mathbb{N}$)?

RESOLUÇÃO

a) A cada linha que descemos, há a soma de 20 a dois elementos. Assim, para n linhas, temos:

$$S = 46 + 40n$$

b) Para a primeira linha:

$$|7 \times 16 - 6 \times 17| = 10$$

Para a segunda linha:

$$|17 \times 26 - 16 \times 27| = 10$$

Para a terceira linha:

$$|27 \times 36 - 26 \times 37| = 10$$

Nota-se o valor constante a cada linha que descemos no quadro.

Logo, para a n -ésima linha, $D = 10$.

c) Da tabela, notamos que cada elemento de uma linha qualquer, com exceção da primeira, é a soma do elemento a cima com o número de linhas da tabela. Assim, para uma tabela com n linhas, uma configuração para k como menor elemento é

k	$k+1$
$k+n$	$k+n+1$

Logo,

$$\begin{aligned} & |(k+1)(k+n) - k(k+n+1)| = \\ & \Rightarrow |k^2 + kn + k + n - k^2 - kn - k| = \\ & \Rightarrow |n| = n \end{aligned}$$