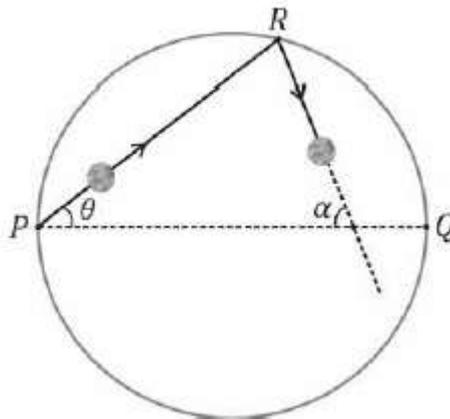


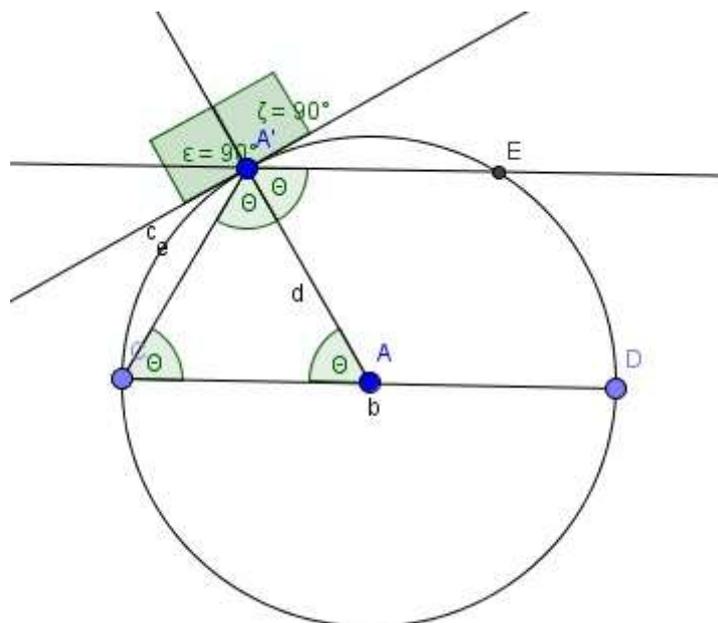
Uma bola de bilhar, inicialmente em repouso em um ponto P, situado na borda de uma mesa de bilhar com formato circular, recebe uma tacada e se desloca em um movimento retilíneo. A bola atinge a borda no ponto R e é refletida elasticamente, sem deslizar. Chame de Q o ponto da borda diametralmente oposto a P e de α a medida do ângulo .



- a) Para qual valor de θ , após a primeira reflexão, a trajetória da bola será paralela ao diâmetro ?
 b) Para qual valor de θ , após a primeira reflexão, a trajetória da bola será perpendicular a ?
 c) Supondo agora que , encontre uma expressão, em função de , para a medida do ângulo agudo formado pela reta que contém P e Q e pela reta que contém a trajetória da bola após a primeira reflexão na borda.

RESPOSTA

a)



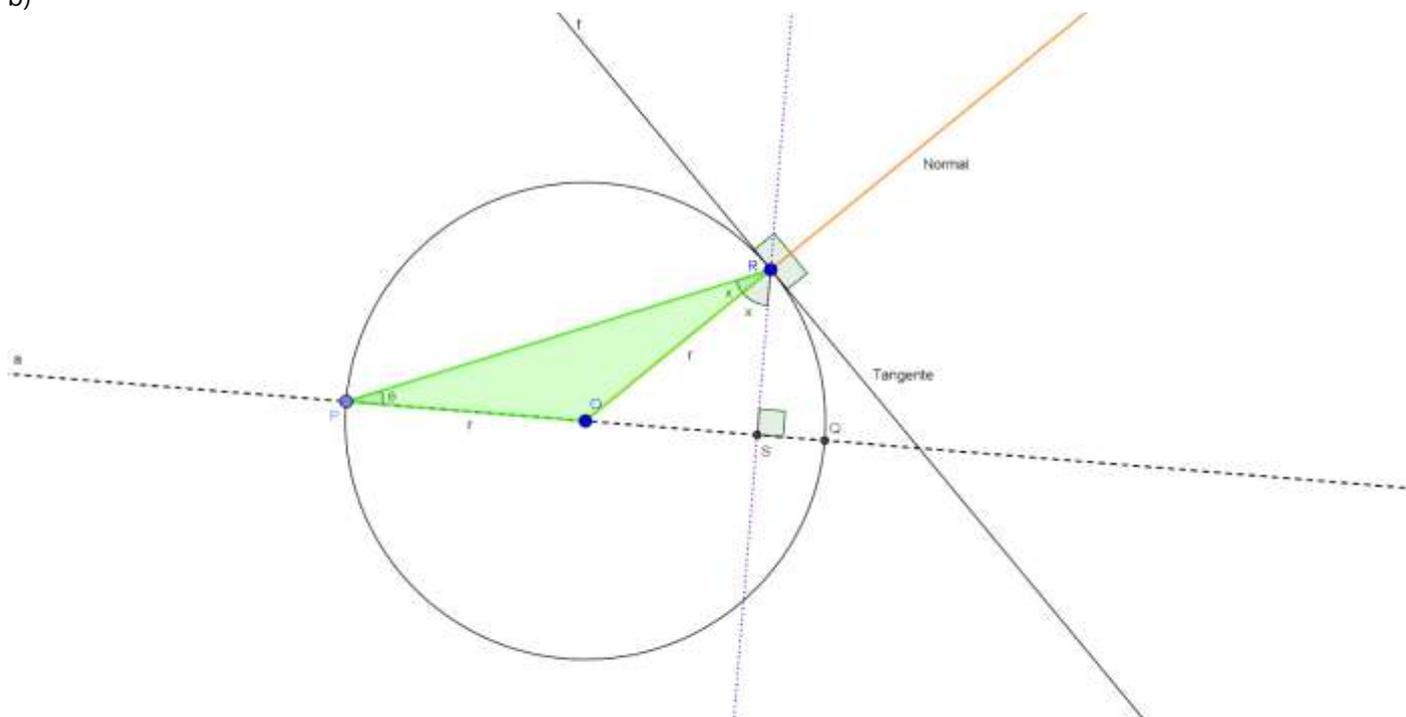
$PO = OR$ (raios) $\Rightarrow m(\angle POR) \Rightarrow m(\angle ORP) = \theta$, como $\angle ORP$ (ângulo de incidência) = $\angle ORS$ (ângulo de reflexão) = θ , temos $\angle POR = \angle ORS = \theta$ (alternos internos).

No triângulo POR, temos $\theta + \theta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$.

Um outro caso seria para $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$, situação em que a trajetória da bola coincidiria com o diâmetro PQ.

Assim, a trajetória será paralela a PQ quando $\theta = 60^\circ$, $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 180^\circ$.

b)



Triângulo POR isósceles, pois $OP=OR=r \Rightarrow x = \theta$.

Triângulo PRS : $\theta + 2x + 90^\circ = 180^\circ$

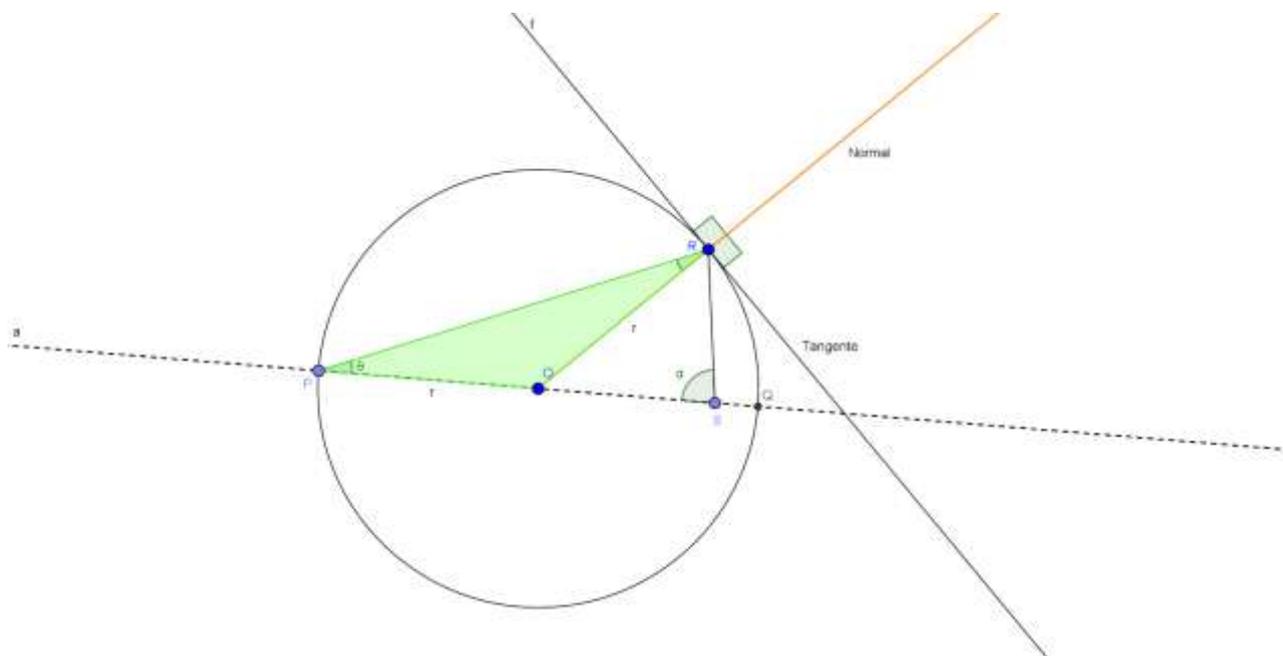
Logo :

$$x = \theta$$

$$\theta + 2x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta + 2\theta + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

c)



$PO = RO = r \Rightarrow$ Triângulo POR isósceles de base PR. Logo, $x = \theta$.

Triângulo PRS : $\theta + 2x + \alpha = 180^\circ$

Temos :

$$x = \theta$$

$$\theta + 2x + \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta + 2\theta + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 3\theta$$